** مفكرة حول الدالتين : الأسية و اللوغارتمية ** MEBARKI2016

الـــدالـــة الأسيـــــــة MEBARKI2016

a) تعريف الدالة الأسية :

الدالة الأسية هي الدالة f المعرفة على R بالشكل : $f(x)=e^x$ حيث : $e\approx 2.71...$.

b) خواص الدالة الأسية :

1) من أجل كل عدد حقيقي x : $e^x\rangle 0$.

2) $e^0=1$.

3) من أجل كل عددين حقيقيين x ، y :

$e^x\times e^y=e^{x+y}$ ، $\frac{e^x}{e^y}=e^{x-y}$.

4) من أجل كل عدد حقيقي x والعدد الناطق k:

$(e^x)^k=e^{kx}$.

5) من أجل كل عدد حقيقي x : $e^{-x}=\frac{1}{e^x}$.

6) من أجل كل عدد حقيقي x والعدد الناطق k:

$e^{-kx}=\frac{1}{e^{kx}}$ (مثال : $e^{-2x}=\frac{1}{e^{2x}}$).

7) من أجل كل عدد حقيقي x والعددالطبيعي n الأكبر تماما من1:

$e^{\frac{1}{n}}=\sqrt[n]{e}$ (مثال : $e^{\frac{1}{2}}=\sqrt{e}$)

8) $e^x=e^y$ تكافئ $x=y$ ، $e^x\rangle e^y$ تكافئ $x\rangle y$.

9) $e^x=1$ تكافئ $x=0$.

10) $e^x\rangle 1$ تكافئ $x\rangle 0$ ، $e^x\langle 1$ تكافئ $x\langle 0$.

c) نهايات الدالة الأسية :

1) $\lim_{x\to+\infty} e^x=+\infty$ ، 2) $\lim_{x\to-\infty} e^x=0$

d) النهايات الشهيرة للدالة الأسية :

a) $\lim_{x\to+\infty}\frac{e^x}{x}=+\infty$ ، $\lim_{x\to+\infty}\frac{e^x}{x^n}=+\infty$ (n عدد طبيعي)

b) $\lim_{x\to-\infty} xe^x=0$ ، $\lim_{x\to-\infty} x^n e^x=0$ (n عدد طبيعي)

c) $\lim_{x\to 0}\frac{e^x-1}{x}=1$.

e) الدالة المشتقة للدالة الأسية :

الدالة الأسية قابلة للاشتقاق على R ودالتها المشتقة $(e^x)'=e^x$

**إذا كانت f دالة قابلة للاشتقاق على مجال I من R فإن e^f قابلة للاشتقاق على المجال I من R ودالتها المشتقة :

$$\left(e^{f(x)}\right)'=f'(x)e^{f(x)}$$

مثال : $\left(e^{x^2-2x}\right)'=\left(x^2-2x\right)'e^{x^2-2x}=(2x-2)e^{x^2-2x}$

الـــدالـــة اللـــوغـــارتميـــةMEBARKI2016

a) تعريف الدالة اللوغارتمية :

الدالة اللوغارتمية هي الدالة f المعرفة على $]0,+\infty[$ بالشكل : $f(x)=\ln x$.

b) خواص الدالة اللوغارتمية :

a) $\ln 1=0$ ، $\ln e=1$

b) $\ln x=0$ تكافئ $x=1$.

c) $\ln x=\ln y$ تكافئ $x=y$.

d) $\ln x<\ln y$ تكافئ $0<x<y$

e) $\ln x<0$ تكافئ $0<x<1$.

f) $\ln x>0$ تكافئ $x>1$.

g) من أجل كل عددين حقيقيين موجبين تماما x ، y :

$\ln(x\times y)=\ln x+\ln y$ ، $\ln\frac{x}{y}=\ln x-\ln y$

$\ln\frac{1}{x}=-\ln x$ ، $\ln x^k=k\ln x$ (k عدد ناطق)

$\ln\sqrt[n]{x}=\frac{1}{n}\ln x$ (مثال : $\ln\sqrt{x}=\frac{1}{2}\ln x$) .

c) نهايات الدالة اللوغارتمية :

1) $\lim_{x\to+\infty}\ln x=+\infty$ ، 2) $\lim_{x\overset{>}{\to}0}\ln x=-\infty$

d) النهايات الشهيرة للدالة اللوغارتمية :

1) $\lim_{x\to+\infty}\frac{\ln x}{x}=0$ ، $\lim_{x\to+\infty}\frac{\ln x}{x^n}=0$

2) $\lim_{x\overset{>}{\to}0} x\ln x=0$ ، $\lim_{x\overset{>}{\to}0} x^n\ln x=0$

(n عدد طبيعي غير معدوم)

e) الدالة المشتقة للدالة اللوغارتمية :

الدالة اللوغارتمية قابلة للاشتقاق على $]0,+\infty[$ ودالتها المشتقة : $(\ln x)'=\frac{1}{x}$.

**إذا كانت f دالة قابلة للاشتقاق على مجال I من R فإن $\ln f$ قابلة للاشتقاق على المجال J حيث : $J=\{x/x\in I : f(x)\geq 0\}$ R ودالتها المشتقة :

$$[\ln f(x)]'=\frac{f'(x)}{f(x)}$$

مثال :

$$\left[\ln(x^2-3x+1)\right]'=\frac{(x^2-3x+1)'}{(x^2-3x+1)}=\frac{2x-3}{x^2-3x+1}$$

* الدالة اللوغارتمية هي الدالة العكسية للدالة الأسية أي : (إذا كان $y=e^x$ فإن $x=\ln y$).(مثال : لدينا $e^0=1$ ومنه $\ln 1=0$).

*من أجل كل عدد حقيقي x : ($\ln e^x=x$)،من أجل كل عدد حقيقي موجب تماما x : ($e^{\ln x}=x$)،(مثال : $\ln e^2=2$ ، $e^{\ln\frac{1}{2}}=\frac{1}{2}$).

حكمة " تعلم فليس المرء يولد عالـمـا *** وليس أخو علم كمن هو جاهل" الأستاذ : مباركي